

噪声载荷作用下薄壁柱壳结构的随机振动响应的估算方法

曹茂国, 李 琳

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘要: 给出了噪声载荷作用下薄壁柱壳结构随机振动加速度响应功率谱密度的计算公式和计算方法, 并与实际测量获得的加速度响应功率谱密度进行了比较, 计算的功率谱与实测的功率谱具有较好的一致性, 说明这种估算噪声载荷作用下薄壁柱壳结构随机振动加速度响应功率谱密度的方法是合理可行的。用同样方法导出的 Von Mises 应力响应的功率谱密度及其均方值的计算公式, 可直接用于疲劳强度分析。

关键词: 航空、航天推进系统; 随机振动; 薄壁柱壳; 加速度响应; 功率谱密度

中图分类号: V231.92

文献标识码: A

The Estimation of Random Vibration Response to Cylindrical Shell Excited Noise

CAO Mao-guo, LI Lin

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: This paper presents the estimated method for the power spectral density of vibration acceleration response of thin cylindrical shell excited by noise. The estimation is compared with the experience of a thin cylindrical shell excited by noise. They have a good agreement. Then a set of formula calculating the power spectral density of Von Mises stress response and its mean square value is given. The result can be applied to fatigue analysis.

Key words: aerospace propulsion system; random vibration; thin cylindrical shell; acceleration response; power spectral density

1 引言

声激励作用下结构振动应力研究是声疲劳分析的基础。在航空发动机结构设计过程中进行引起声疲劳的随机振动应力估算是进行抗声疲劳设计的重要组成部分。文献[1]对薄壁柱壳结构在内部随机噪声载荷作用下的振动响应进行了实验研究, 本文是在此基础上所作的理论研究。理论分析模型为文献[1]所采用的薄壁柱壳(内径 253

mm, 长 640 mm, 壁厚 0.8 mm)。该柱壳的一端与一装有电动扬声器的扩音段相连, 通过电动扬声器对柱壳进行噪声激励。

2 柱壳加速度响应的功率谱密度

根据随机振动理论^[2], 我们推导出了结构加速度响应的空间一频率功率谱密度函数, 其表达式为:

收稿日期: 2002-05-28; 修订日期: 2002-10-27

基金项目: 航空科学基金资助项目(99C51078)

作者简介: 曹茂国(1968-), 男, 山东人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院博士生。

$$G_w(x, \theta; f) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{W_j(x, \theta) W_k(x, \theta)}{M_j M_k} \times (2\pi f)^4 H_j(f) H_k(-f) G_P^k(f) \quad (1)$$

式中:

$$G_P^k(f) = \int_D \int_D W_j(x, \theta) W_k(x', \theta') G_P(\vec{\epsilon}; f) ds ds' \quad (2)$$

式中: $W_j(x, \theta)$ 和 $W_k(x, \theta)$ 为模态位移量; M_j 和 M_k 为模态质量; $H_j(f)$ 和 $H_k(f)$ 为结构的频率响应函数因子; G_P^k 为模态激励的功率谱密度函数; $G_P(\vec{\epsilon}; f)$ 为声载荷场的功率谱密度函数; $\vec{\epsilon}$ 表示 (x, θ) 和 (x', θ') 两点之间的矢量, N 为计算中截取的模态阶次。

公式(1)表明, 与薄壁柱壳在内部噪声载荷作用下随机振动响应相关的信息有噪声载荷、结构模态信息、频率响应函数和结合受纳函数等。在实

际应用中, 这些信息往往来自不同渠道, 比如噪声载荷谱一般来自实测, 结构的模态信息一般来自有限元分析, 声模态信息也许是来自解析解等等, 因此必须处理好各类信息之间的匹配关系。

3 随机噪声载荷的功率谱密度

在 0 到 2000 Hz 的频率范围内作用在实验柱壳上的基于一实测点信号的噪声载荷的互功率谱密度函数可以表示成下面的公式形式^[3]:

$$G_P(\vec{\epsilon}; f) = \begin{cases} G_P(f) e^{jk_x^{00}(x-x')} & 0 \leq f < 788.8 \\ 0.747G_P(f) e^{jk_x^{00}(x-x')} + 0.253G_P(f) \cos(\theta - \theta') e^{jk_x^{10}(x-x')} & 788.8 \leq f < 1308.5 \\ 0.635G_P(f) e^{jk_x^{00}(x-x')} + 0.215G_P(f) \cos(\theta - \theta') e^{jk_x^{10}(x-x')} + \\ \quad 0.15G_P(f) \cos[2(\theta - \theta')] e^{jk_x^{10}(x-x')} & 1308.5 \leq f < 1641.4 \\ 0.575G_P(f) e^{jk_x^{00}(x-x')} + 0.195G_P(f) \cos(\theta - \theta') e^{jk_x^{10}(x-x')} + \\ \quad 0.136G_P(f) \cos[2(\theta - \theta')] e^{jk_x^{20}(x-x')} + 0.094G_P(f) e^{jk_x^{01}(x-x')} & 1641.4 \leq f < 1800 \\ 0.519G_P(f) e^{jk_x^{00}(x-x')} + 0.176G_P(f) \cos(\theta - \theta') e^{jk_x^{10}(x-x')} + \\ \quad 0.123G_P(f) \cos[2(\theta - \theta')] e^{jk_x^{20}(x-x')} + 0.084G_P(f) e^{jk_x^{01}(x-x')} + \\ \quad 0.098G_P(f) \cos[3(\theta - \theta')] e^{jk_x^{30}(x-x')} & 1800 \leq f < 2000 \end{cases} \quad (3)$$

式中: k_x^{mn} 为第 (m, n) 阶声模态对应的轴向波数分量。 $G_P(f)$ 为实测的噪声自功率谱密度(图 1)。

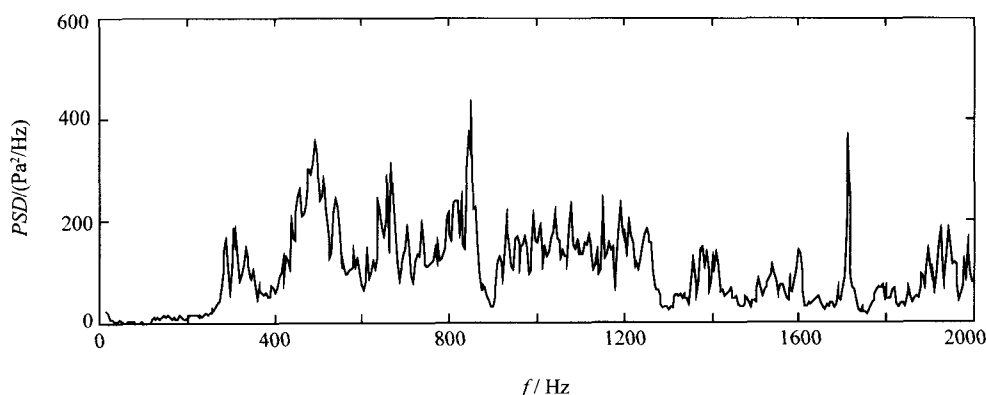


图 1 噪声载荷的功率谱密度

Fig. 1 PSD of noise loading

4 结构的振动模态

薄壁柱壳结构的模态信息,可通过有限元分析获得。本文采用 ANSYS 有限元软件进行分析,根据薄壁柱壳结构实验件的安装条件建立有限元模型:考虑到薄壁柱壳结构两端的安装座由于压紧的上半部分较薄,刚度较小,而压紧的下半部分刚度很大,因此将其下半部分采用固支的边界条件,上半部分采用固定线位移放松角位移的边界条件;电动扬声器作为附加质量作用在一端。在 0~2000 Hz 范围内进行模态分析,共计算出了 88 阶模态。

为了与实验结果进行比较,在模态分析结果中选择了与实验中三个加速度传感器安装位置^[1]相同的节点的模态位移值(采用质量矩阵归一化方式)来参与计算。

5 频率响应函数因子

结构的频率响应函数因子定义为:

$$H_k(f) = \frac{1}{(2\pi)^2[(f_k^2 - f^2) + 2j\zeta_k f_k f]} \quad (4)$$

其中的各阶模态阻尼比 ζ 已在实验模态分析中确定。为了计算上的方便,这里采用其平均值来代替每一阶模态的模态阻尼比。

6 结合受纳函数

将声载荷互谱密度函数(3)代入(2)中,需要计算多个下列的积分形式:

$$J_{jk}^{mn} = \int_D \int_D W_j(x, \theta) W_k(x', \theta') \cdot$$

$$\cos[m(\theta - \theta')] \cos[k_x^{mn}(x - x')] ds ds' \quad (5)$$

式中: $\cos[m(x - x')] \cos[k_x^{mn}(\theta - \theta')]$ 为柱壳内部第 (m, n) 阶声模态函数(这里仅取了实部,因为实部已包括了声模态传播波形的信息), k_x^{mn} 为声场中声波的轴向波数。 J_{jk}^{mn} 定义为结合受纳函数,由结构模态和声模态唯一确定,因此它反映了声场的空间分布和结构模态之间空间耦合关系。在公式(5)中,结构的模态位移是用有限元计算获得的数值形式,声模态采用的是解析解形式。为了获得这两种形式的匹配,并简化计算,我们采用了 Gauss-Legendre 数值积分的方法来计算结合受纳函数^[5]。

7 加速度响应的计算

分别对结构上三个测点位置处加速度响应功

率谱密度进行了分析计算,计算结果见图 2~图 4。为了和实验结果进行比较,在图中同时绘出了

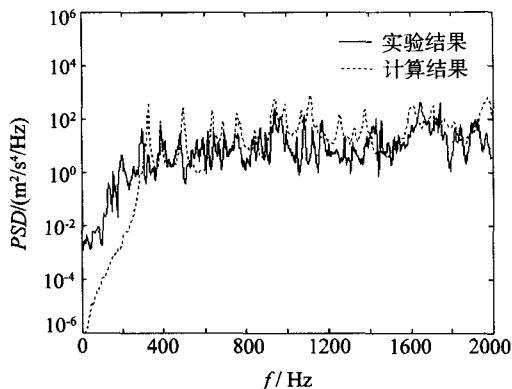


图 2 测点 1 加速度响应功率谱密度计算值和实验值比较

Fig. 2 PSD of acceleration response at point 1, comparison between calculations and testing values

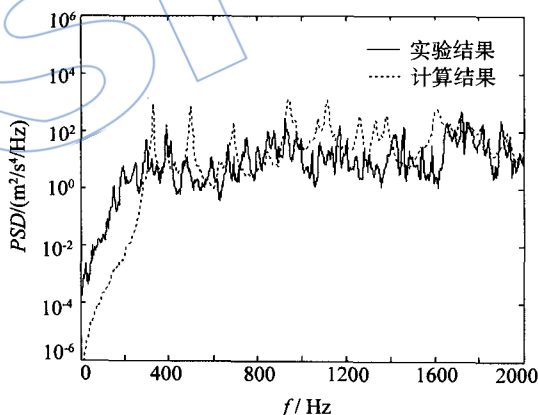


图 3 测点 2 加速度响应功率谱密度计算值和实验值比较

Fig. 3 PSD of acceleration response at point 2, comparison between calculations and testing values

对应的实验结果。从计算结果可以看出,实验柱壳上三个测点位置处的加速度响应功率谱密度的计算结果和实验测量结果吻合较好。

8 振动应力响应的功率谱及其均方根

在考虑作随机振动的结构寿命及可靠性等问题时,经常采用 Von Mises 应力值作为等效应力。von Mises 应力是应力张量的函数,其平方值的表达式如下:

$$\sigma_{\text{von}}^2(x, \theta; t) = \sigma^T(x, \theta; t) A \sigma(x, \theta; t) \quad (6)$$

式中, 上标 T 表示向量的转置。常数矩阵 A 和柱坐标下的应力分量分别为如下的形式:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \\ & & & 3 \\ & & & & 3 \\ & & & & & 3 \end{bmatrix}$$

和

$$\sigma(x, \theta; t) = \begin{bmatrix} \sigma_x(x, \theta; t) \\ \sigma_\theta(x, \theta; t) \\ \sigma_z(x, \theta; t) \\ \tau_{x\theta}(x, \theta; t) \\ \tau_{z\theta}(x, \theta; t) \\ \tau_{xz}(x, \theta; t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1(x, \theta; t) \\ \sigma_2(x, \theta; t) \\ \sigma_3(x, \theta; t) \\ \sigma_4(x, \theta; t) \\ \sigma_5(x, \theta; t) \\ \sigma_6(x, \theta; t) \end{bmatrix}$$

式中:

$$\sigma_i(x, \theta; t) = C_1 L_{i1}[u(x, \theta; t)] + C_2 L_{i2}[v(x, \theta; t)] + C_3 L_{i3}[w(x, \theta; t)]$$

$$(i = 1, 2, \dots, 6)$$

L_{i1}, L_{i2} 和 L_{i3} 为空间坐标的线性微分算子, C_1, C_2 和 C_3 为依赖于材料的弹性常数和结构的几何特征的常数。 u, v 和 w 分别为柱壳的轴向、周向和法向位移。

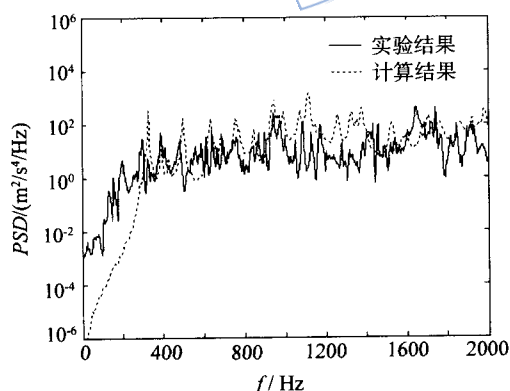


图 4 测点 3 加速度响应功率谱密度计算值和实验值比较

Fig. 4 PSD of acceleration response at point 3, comparison between calculations and testing values

上式代表了结构应力响应与位移响应的线性

关系。由于这种线性关系, 我们可以按照推导公式 (1) 的方法推导出与公式 (1) 类似的振动应力响应的功率谱密度的计算公式:

$$G_{\sigma_i}(x, \theta; f) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\phi_{ij}(x, \theta) \phi_{ik}(x, \theta)}{M_j M_k} \cdot H_j(f) H_k(-f) G_P^h(f) \quad (7)$$

以及与其对应的 Von Mises 应力的功率谱密度计算公式:

$$G_{\sigma_{\text{von}}}(x, \theta; f) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\Psi_j(x, \theta) \Psi_k(x, \theta)}{M_j M_k} \cdot H_j(f) H_k(-f) G_P^h(f) \quad (8)$$

式中, $\Psi_j(x, \theta)$ 表示结构以第 j 阶模态振动时 von Mises 应力的分布:

$$\Psi_j(x, \theta) = \sqrt{[\phi_j(x, \theta)]^T A [\phi_j(x, \theta)]} \quad (9)$$

$[\phi_j(x, \theta)]$ 为由第 j 阶模态应力分量 $\phi_{ij}(x, \theta)$, ($i = 1, 2, \dots, 6$) 构成的矩阵。

根据概率统计理论, 随机过程的均方值统计量为其功率谱密度的积分, 因此我们可以直接通过对 von-Mises 应力功率谱密度函数积分获得均方值响应的统计量:

$$E[\sigma_{\text{von}}^2(x, \theta)] = \int_0^{+\infty} G_{\sigma_{\text{von}}}(x, \theta; f) df \quad (10)$$

用上式计算 von Mises 应力响应的均方统计量时主要困难在于求解如下积分:

$$I_{jk} = \int_0^{+\infty} H_j(f) H_k(-f) G_P(f) df \quad (11)$$

由于被积分函数中载荷的谱密度函数是实际测量获得的载荷谱, 是一离散的数值序列, 因此我们采用的方法是将被积函数在考虑的频率范围 $[0, f_c]$ 内离散化, 再采用直接数值积分的方法计算积分的数值。最终得到 Von Mises 应力响应均方统计量的计算公式为:

$$E[\sigma_{\text{von}}^2(x, \theta)] = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\phi_j(x, \theta) \phi_k(x, \theta)}{M_j M_k} \cdot J_{jk} \quad (12)$$

$$J_{jk} = \int_0^{f_c} H_j(f) H_k(-f) G_P(f) df$$

9 结 论

本文介绍的方法的核心在于把有限元数值分析方法和随机振动响应理论相结合, 根据实际测量获得的载荷功率谱密度来计算薄壁柱壳结构在内部噪声载荷作用下随机振动的响应。我们以薄壁柱壳为研究对象, 由获得的载荷谱密度, 计算在

该载荷作用下柱壳结构上与测点位置相同的三个位置点上的振动加速度响应功率谱密度,并和实验中测到的振动加速度响应功率谱密度进行定性比较,计算结果和实验结果吻合较好,说明这种估算噪声载荷作用下薄壁柱壳结构随机振动加速度响应功率密度的方法是合理可行的。在此基础上给出了按同样思路推导得到的计算薄壁柱壳结构在内部噪声载荷作用下随机振动的 Von Mises 应力响应计算方法及其均方值的计算公式。该结果可直接用于薄壁柱壳结构在内部噪声激励下的疲劳寿命分析。

参考文献:

- [1] 曹茂国,李琳. 随机噪声载荷作用下薄壳结构的随机振动实验研究[J]. 航空动力学报,2001,16(3):291—294.
- [2] 朱位秋. 随机振动[M]. 北京:科学出版社,1998.
- [3] Li Lin, Cao Maoguo. The Model of Random Noise Load on Inner Surface of the Cylindrical Shell[A]. 17th International Conference on Acoustics[C]. Rome, Sept. 2001.
- [4] 曹茂国,李琳. 薄壁板结构声激励载荷作用下的响应谱估算方法[J]. 航空动力学报,2000,15(3):295—298.
- [5] 曹茂国,李琳. 声激励柱壳响应分析中的结合受纳函数[J]. 航空动力学报,2002,17(2):201—204.